

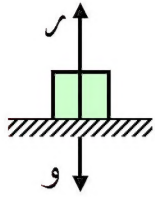
الوحدة الأولى الاحتكاك

١ - ١ اتزان جسم على مستوى أفقى خشن

قوى الاحتكاك:

هى قوى خفية كامنة بين سطحين خشنين وتظهر عند محاولة تحريك أحدهما على الآخر وقوى الاحتكاك لها اهمية كبيرة فى حياتنا اليومية فلولاها لما استطعنا السير على الأرض دون أن تنزلق أقدامنا ولما استطعنا الإمساك بالاشياء دون أن تقع من ايدينا ولما استطاعت السيارات السير على الطرق دون أن تنزلق إطاراتها الخ

رد الفعل (ر):



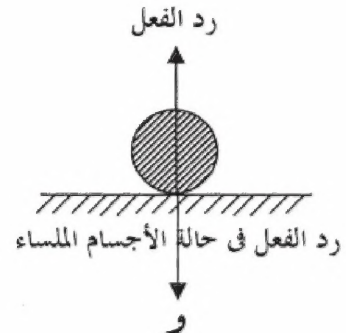
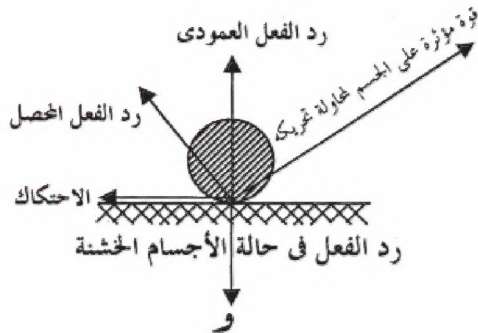
هى قوة تنشأ من تلامس سطحين فإذا وضعنا جسم ما على نضد أفقى فإن الجسم يضغط على النضد بقوة وزنه (و) رأسياً لأسفل ويؤثر النضد على الجسم بقوة رد الفعل (ر) رأسياً لأعلى

وتكون هاتان القوتان متساويتان فى المقدار أى أن $ر = و$ وذلك تبعاً لقانون نيوتن الثالث ويجب ملاحظة أن هاتين القوتين لا تؤثران فى جسم واحد لأن قوة الفعل وهى الوزن تؤثر فى النضد بينما قوة رد الفعل تؤثر فى الجسم.

السطوح الملساء والسطوح الخشنة:

إذا كانت السطوح ملساء فإن رد الفعل يكون عمودياً على سطح التماس المشترك للجسمين المتلامسين أما إذا كانت السطوح خشنة فإن رد الفعل يكون له مركبتان:

- (١) مركبة موازية لسطح التماس تسمى "الإحتكاك السكونى"
 - (٢) مركبة عمودية على سطح التماس تسمى "رد الفعل العمودى"
- وتسمى قوة رد الفعل فى هذه الحالة "قوة رد الفعل المحصل" وغالباً نعوض عن قوة رد الفعل المحصل بمركبتها وهما قوة الإحتكاك السكونى وقوة رد الفعل العمودى.



خواص قوة الاحتكاك السكونى:

- (١) تعمل قوة الاحتكاك السكونى (E) على معاكسة الانزلاق فتكون دائما فى اتجاه مضاد للاتجاه الذى يميل الجسم الى الانزلاق فيه.
- (٢) تكون قوة الاحتكاك السكونى (E) مساوية فقط للقوة المماسية التى تعمل على تحريك الجسم ولا يمكن أن تزيد عن هذه القوة.
- (٣) تتزايد قوة الاحتكاك السكونى (E) كلما تزايدت القوة المماسية التى تعمل على إحداث الحركة فتكون دائما مساوية لها فى المقدار مادام الجسم متزنا.
- (٤) تتزايد قوة الاحتكاك السكونى إلى حد لا تتعداه وعندئذ يكون الجسم على وشك الانزلاق ويسمى الاحتكاك فى هذه الحالة " الاحتكاك السكونى النهائى " ويرمز له بالرمز (E_s).
- (٥) النسبة بين الاحتكاك السكونى النهائى ورد الفعل العمودى ثابتة وتتوقف هذه النسبة على طبيعة الجسمين المتلامسين وليس على شكليهما أو كتلتيهما وتسمى هذه النسبة " معامل الاحتكاك السكونى النهائى " ويرمز لها بالرمز (μ_s).

$$E_s = \mu_s R$$

وبالتالى فإن

$$\mu_s = \frac{E_s}{R}$$

أى أن:

ملاحظة:

$$0 < \mu_s < 1$$

معامل الاحتكاك السكونى فى أغلب الأحيان تكون قيمته بين صفر وواحد أى أن وفى بعض الحالات الخاصة قد تزيد قيمته على الواحد الصحيح

قوة الاحتكاك الحركى:

إذا تحرك جسم على سطح خشن فإن قوة الاحتكاك فى هذه الحالة تسمى بقوة الاحتكاك الحركى ويرمز لها بالرمز (E_k) ويكون اتجاهها عكس اتجاه حركة الجسم وتعطى قيمتها بالعلاقة:

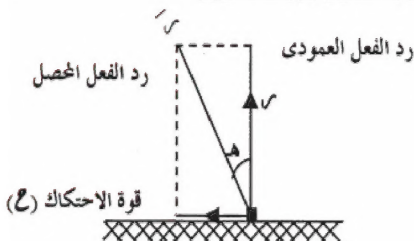
$$E_k = \mu_k R$$

أى أن:

قوة الاحتكاك الحركى تساوى حاصل ضرب معامل الاحتكاك الحركى فى قوة رد الفعل العمودى وبالتالى فإن:

" معامل الاحتكاك الحركى هو النسبة بين قوة الاحتكاك الحركى وقوة رد الفعل العمودى "

ملاحظة: معامل الاحتكاك السكونى $\mu_s < \mu_k$ معامل الاحتكاك الحركى

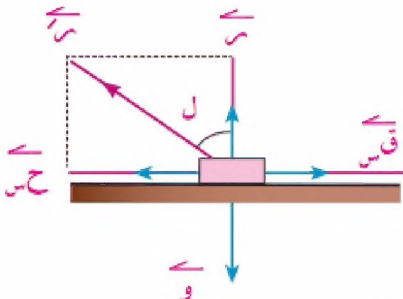
**رد الفعل المحصل (R):**

هو محصلة رد الفعل العمودى (R) وقوة الاحتكاك (E_k)

$$R = \sqrt{E_k^2 + R^2}$$

$$\boxed{\sqrt{2m+1}r = 'r \therefore} \quad \Leftarrow \quad \sqrt{2r_s^2 + 2m}r = \sqrt{2r_s^2 + 2r}r = 'r$$

إذا كان (ل) هو قياس الزاوية المحصورة بين رد الفعل العمودى ورد الفعل المحصل فإن قيمة (ل) تتزايد كلما تزايد مقدار قوة الاحتكاك وهذه القيمة تصل الى نهايتها العظمى عندما يكون الاحتكاك نهائيا وتسمى الزاوية فى هذه الحالة (زاوية الاحتكاك) أى أن:
زاوية الاحتكاك هى الزاوية المحصورة بين رد الفعل العمودى ورد الفعل المحصل عندما يكون الاحتكاك نهائيا
ومن الشكل نجد أن:



$$\leftarrow \frac{C_{ms}}{r_{ms}} = \frac{C_{ms}}{r_{ms}} = \text{ظال} \quad \boxed{\therefore \text{ظال} = C_{ms}}$$

أى أنه عند الإحتكاك النهائى يكون " ظل زاوية الإحتكاك يساوى معامل الإحتكاك "

نفرض أن جسم وزنه (و) متزن على مستوى أفقى خشن

وتؤثر عليه قوة مقدارها (٧) وتميل على الأفقى بزاوية قياسها (٥) (هـ)

فتكون القوى المؤثرة على الجسم هي:

- (١) قوة الوزن (و) رأسياً لأسفل
(٢) القوة المؤثرة (٧)

(٣) **قوة رد الفعل المحصل ونضع بدلا منها مركبتها وهما قوة رد الفعل العمودي (ر) رأسيا لأعلى**

وقوة الإحتكاك (ح) وتكون عكس الإتجاه الذى يميل الجسم الى الحركة فيه

وبتحليل القوة المؤثرة على الجسم الى مركبتين

إحدهما فى إتجاه المستوى والأخرى عمودية عليه كما بالشكل وتكون معادلتا الاتزان هما:

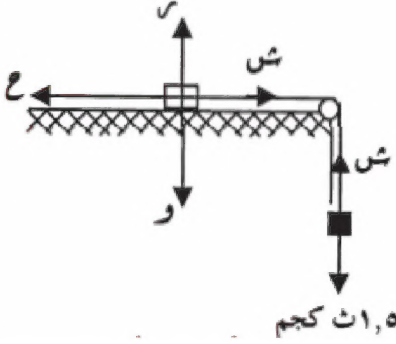
$$\text{و} = \text{ج} + \text{ر} \quad \text{ع} = \text{ج} + \text{ه}$$

لاحظ أنه إذا كانت القوة أفقية نضع $h = 0$ ، في العلاقات السابقة

مثال:

وضعت كتلة خشبية وزنها ١٠ ث. كجم على نضد أفقى وربطت بخيط أفقى يمر على بكرة ملساء مثبتة عند حافة النضد ويتدلى من طرفه ثقل مقداره ١,٥ ث. كجم . فإذا كانت الكتلة الخشبية متزنة على النضد عين قوة الاحتكاك وقوة رد الفعل العمودى . وإذا علم أن معامل الاحتكاك السكونى بين الكتلة والنضد يساوى ٠,٢ ، هل تكون الكتلة على وشك الحركة.

الحل:



القوة التى تعمل على تحريك الكتلة الخشبية هى قوة الشد فى الخيط الأفقى ومقدارها ١,٥ ث كجم لأن البكرة ملساء وبالتالي تكون قوة الاحتكاك فى الاتجاه المضاد لقوة الشد كما بالشكل .
الكتلة الخشبية متزنة .∴ معادلات الإتران هى:

$$T = W \quad \Leftarrow \quad 1.5 = T \text{ كجم}$$

$$f = N \quad \Leftarrow \quad 10 = f \text{ كجم}$$

ولعرفة هل الجسم على وشك الحركة ام لا نحسب قيمة قوة الاحتكاك السكونى (f_s)

$$f_s = \mu_s \times N = 0.2 \times 10 = 2 \text{ كجم}$$

$$\therefore T > f_s \quad \therefore \text{الاحتكاك غير نهائى والكتلة الخشبية ليست على وشك الحركة}$$

مثال:

وضعت كتلة وزنها ٣٢ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت عليها قوة أفقية ٧ حتى أصبحت الكتلة على وشك الحركة:

(أ) إذا كانت $\mu = ٨$ نيوتن أوجد معامل الاحتكاك السكونى بين الكتلة والمستوى.

(ب) إذا كان $f_s = ٤$ ، أوجد μ

الحل:

∴ الكتلة على وشك الحركة .∴ الاحتكاك السكونى نهائى ويساوى f_s

$$\text{معادلتا الإتران هى: } T = f_s \quad , \quad W = N$$

$$(أ) \quad 8 = T \quad \therefore f_s = 8 \text{ نيوتن} \quad , \quad 32 = W \quad \therefore$$

$$\therefore \mu = \frac{f_s}{N} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \text{ كجم} \quad \#$$

$$(ب) \quad \therefore f_s = 4 \quad , \quad \therefore f_s = \mu N \quad \therefore 4 = \mu \times 32 = 12.8 \quad \#$$

$$\therefore \mu = \frac{f_s}{N} = \frac{4}{32} = 0.125 \text{ كجم}$$

مثال:

وضع جسم وزنه ٢٠ نيوتن على مستوى أفقى خشن فإذا كان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى $\frac{1}{4}$ أوجد:

- (أ) مقدار القوة الأفقية التى تكفى لجعل الجسم على وشك الحركة.
 (ب) مقدار القوة التى تميل على المستوى بزاوية قياسها 30° وتجعل الجسم على وشك الحركة

الحل:

∴ الكتلة على وشك الحركة ∴ الإحتكاك السكونى نهائى ويساوى μ_s

(أ) ∴ القوة أفقية ∴ معادلتا الإتزان هما: $\mu_s = v$ ، $r = w$

$$\therefore \mu_s = \frac{1}{4} \quad , \quad \therefore \mu_s = r = \mu_s \quad \therefore \mu_s = \frac{1}{4} \times 20 = 5$$

$$\therefore \mu_s = v \quad \therefore 5 = v \quad \# \quad \text{نيوتن}$$

(ب) ∴ القوة تميل على المستوى بزاوية قياسها 30°

∴ معادلتا الإتزان هما: $\mu_s = v \cos 30^\circ$ ، $r = w \sin 30^\circ$

$$\therefore \mu_s = \frac{1}{4} \quad , \quad \therefore \mu_s = r = \mu_s \quad \therefore \mu_s = \frac{1}{4} \times 20 = 5$$

$$\therefore \mu_s = \frac{1}{4} \quad \therefore \mu_s = \frac{1}{4} \times 20 = 5$$

$$\therefore \mu_s = \frac{1}{4} \quad \therefore \mu_s = \frac{1}{4} \times 20 = 5$$

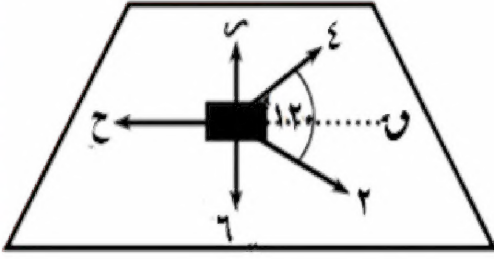
$$\therefore \mu_s = \frac{1}{4} \quad \therefore \mu_s = \frac{1}{4} \times 20 = 5$$

مثال:

وضع جسم وزنه ٦ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت عليه فى نفس المستوى قوتان مقدارهما ٢ ، ٤ نيوتن تحصران بينهما زاوية قياسها 120° فظل ساكنا . أثبت أن قياس زاوية الإحتكاك (ل) بين الجسم والمستوى يجب أن لا تقل عن 30°

وإذا كان $\mu_s = 0.5$ (ل) وبقي اتجاه القوتين ثابتا كما بقيت القوة ٤ نيوتن دون تغيير ، فعين مقدار القوة الأخرى لكى يكون الجسم على وشك أن يبدأ الحركة.

الحل:



نفرض أن محصلة القوتين ٢، ٤ = \vec{v} وأن قوة الاحتكاك = \vec{c}

$$\therefore \vec{v} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ جتا } 63.4^\circ$$

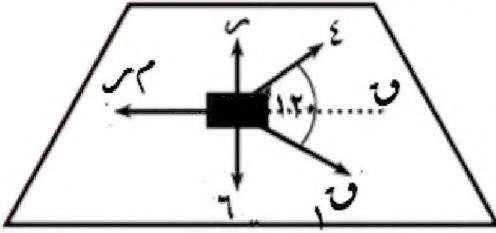
$$\therefore \vec{v} = 2\sqrt{5} \text{ نيوتن}$$

∴ الجسم ساكن ∴ $\vec{c} = \vec{v}$ ، $r = 6$

$$\therefore \vec{c} = 2\sqrt{5} \text{ ، الاحتكاك غير نهائي } \therefore \vec{c} > r \therefore 2\sqrt{5} > 6 \text{ م}$$

$$\therefore \vec{c} < r \therefore \frac{2\sqrt{5}}{3} < m \therefore \frac{2\sqrt{5}}{3} = \text{ظال}$$

$$\therefore \text{ظال} < \frac{2\sqrt{5}}{3} \therefore \frac{2\sqrt{5}}{3} = 3 \therefore \text{ظال} < 3 \therefore 30^\circ < \theta$$



عندما $\theta = 45^\circ$ ∴ $\text{ظال} = 1$

ونفرض أن مقدار القوة الثانية هو \vec{v}

∴ الجسم على وشك أن يبدأ الحركة

∴ الاحتكاك نهائي وتكون محصلة القوتين $\vec{v} = r$

$$\therefore 1 = r \therefore 1 = 6 \times 1 = \vec{v} \therefore 6 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \vec{v} = \sqrt{1^2 + 6^2} = \sqrt{37} \text{ جتا } 80.5^\circ \text{ بتربيع الطرفين}$$

$$\therefore 36 = 1^2 + 6^2 - 2 \times 1 \times 6 \times \cos \theta \therefore 36 = 1 + 36 - 12 \cos \theta$$

$$\therefore \frac{(1 - 37) \pm \sqrt{1^2 + 36 - 2 \times 1 \times 6 \times \cos \theta}}{1 \times 2} = \vec{v}$$

$$\therefore \vec{v} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 36 - 12 \cos \theta}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{37 - 12 \cos \theta}}{2}$$

$$\therefore \vec{v} = 2 + 2\sqrt{5} \text{ نيوتن والقيمة الأخرى مرفوضة} \#$$

مثال:

وضع جسم وزنه (و) نيوتن على مستوى أفقى خشن وكان قياس زاوية الاحتكاك بين الجسم والمستوى (ل) شد الجسم بقوة تميل على الأفقى بزاوية (هـ) فأصبح الجسم على وشك الحركة، أثبت أن مقدار هذه القوة

يساوى جتا (هـ - ل) ، ثم أوجد أقل قوة تكفى لتحريك الجسم والشرط اللازم لذلك.

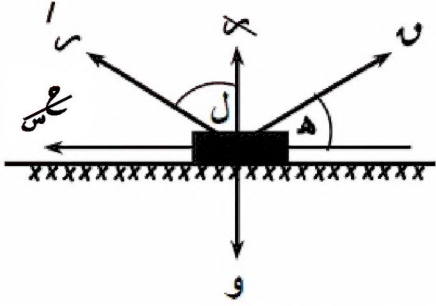
الحل:

∴ الجسم على وشك الحركة ∴ الإحتكاك نهائى ويساوى (E_s) ويعمل عكس اتجاه الحركة

∴ رد الفعل المحصل (R) هو محصلة رد الفعل العمودى (R) وقوة الإحتكاك النهائى (E_s)

∴ الجسم متزن تحت تأثير ثلاث قوى متلاقية فى نقطة وهى N ، W ، و R

∴ بتطبيق قاعدة لامي:



$$\frac{W}{\cos(\alpha - 90^\circ)} = \frac{N}{\cos(180^\circ - \theta)}$$

$$\frac{W}{\cos \theta} = \frac{N}{\cos(\alpha - 90^\circ)} \Rightarrow \frac{W}{\cos \theta} = \frac{N}{\sin \alpha}$$

∴ المطلوب أقل قوة ∴ المقام وهو المقدار $\cos(\alpha - 90^\circ)$ يجب أن يكون أكبر ما يمكن

أى أن $\cos(\alpha - 90^\circ) = 1$ ∴ أقل قوة هى $W = \cos \alpha$

∴ $\cos(\alpha - 90^\circ) = 1 \Rightarrow \cos \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0^\circ \Rightarrow \cos \alpha = 1 \Rightarrow W = \cos \alpha$

أى أن الشرط اللازم لذلك هو أن تكون زاوية ميل القوة مساوية لزاوية الإحتكاك

مثال:

وضع جسم وزنه (W) نيوتن على مستوى أفقى خشن وكان قياس زاوية الإحتكاك بين الجسم والمستوى (α) شد الجسم بقوة تميل على الأفقى بزاوية قياسها (β) فأصبح الجسم على وشك الحركة. أثبت أن مقدار هذه القوة يساوى $W \tan \alpha$.

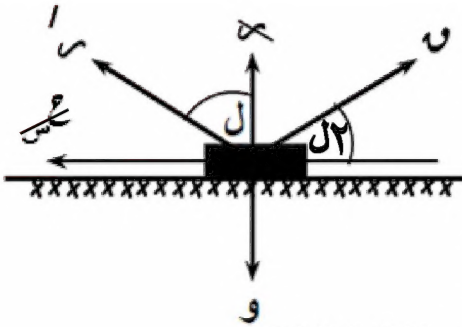
الحل:

∴ الجسم على وشك الحركة ∴ الإحتكاك نهائى ويساوى (E_s) ويعمل عكس اتجاه الحركة

∴ رد الفعل المحصل (R) هو محصلة رد الفعل العمودى (R) وقوة الإحتكاك النهائى (E_s)

∴ الجسم متزن تحت تأثير ثلاث قوى متلاقية فى نقطة وهى N ، W ، و R

∴ بتطبيق قاعدة لامي:



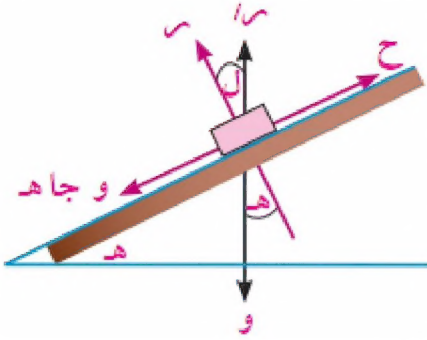
$$\frac{W}{\cos(\alpha - 90^\circ)} = \frac{N}{\cos(180^\circ - \beta)}$$

$$\frac{W}{\cos \beta} = \frac{N}{\cos(\alpha - 90^\circ)} \Rightarrow \frac{W}{\cos \beta} = \frac{N}{\sin \alpha}$$

$$\frac{W}{\cos \beta} = \frac{N}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{W}{\cos \beta} = \frac{N}{\sin \alpha} \Rightarrow W = N \cos \beta \sin \alpha$$

اتزان جسم على مستوى مائل خشن

٢ - ١



نعتبر جسم وزنه (و) متزن على مستوى مائل خشن

يميل على الأفقى بزاوية قياسها (هـ)

فتكون القوى المؤثرة على الجسم هي:

(١) قوة الوزن (و) رأسياً لأسفل

(٢) قوة رد الفعل المحصل R

ونضع بدلا منها مركبتيهما وهما قوة رد الفعل العمودي (ر) رأسياً لأعلى

وقوة الاحتكاك (ح) وتكون عكس الإتجاه الذى يميل الجسم الى الحركة فيه

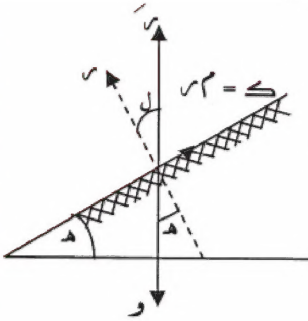
وبتحليل الوزن الى مركبتين إحداهما فى إتجاه المستوى والأخرى عمودية عليه كما بالشكل

وتكون معادلتا الإتران هما:

$$R = W \cos \alpha$$

$$H = W \sin \alpha$$

قاعدة:



إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن وكان على وشك الإنزلاق تحت تأثير وزنه فقط

فإن قياس زاوية الاحتكاك يساوى قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى

أى أنه عندما يكون الجسم على وشك الإنزلاق فإن $\alpha = \theta$ وبالتالى فإن

$$\mu = \tan \alpha \quad \leftarrow \quad \mu = \tan \theta$$

وبمقارنة قياس زاوية ميل المستوى بقياس زاوية الاحتكاك يكون لدينا الحالات الآتية:

(١) قياس زاوية ميل المستوى $>$ قياس زاوية الاحتكاك

فى هذه الحالة يكون الجسم متزناً على المستوى ويكون الاحتكاك غير نهائى

وحتى يكون الاحتكاك نهائياً نؤثر على الجسم بقوة لأعلى تجعله على وشك الحركة لأعلى أو نؤثر عليه

بقوة لأسفل تجعله على وشك الحركة لأسفل

(٢) قياس زاوية ميل المستوى = قياس زاوية الاحتكاك

فى هذه الحالة يكون الاحتكاك نهائى ويكون الجسم على وشك الإنزلاق

(٣) قياس زاوية ميل المستوى $<$ قياس زاوية الاحتكاك

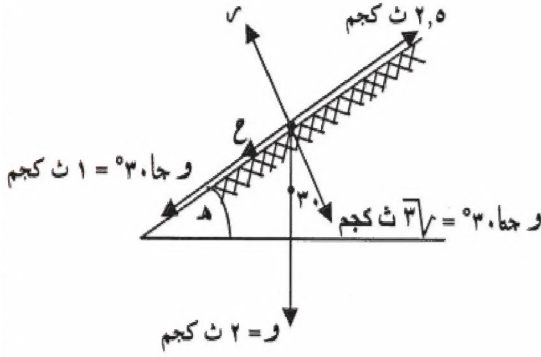
فى هذه الحالة يكون الجسم غير متزن على المستوى وينزلق لأسفل

وبالتالى نؤثر على الجسم بقوة لأعلى لمنع من الإنزلاق لأسفل

مثال:

وضع جسم وزنه ٢ ث. كجم على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ومعامل الاحتكاك السكونى بينه وبين الجسم يساوى ٠,٩ أثرت على الجسم قوة مقدارها ٢,٥ ث. كجم فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى ولأعلى فإذا كان الجسم متزن أوجد قوة الاحتكاك وبين ما إذا كان الجسم على وشك الحركة أم لا؟

الحل:



المركبة المماسية للوزن وتعمل فى اتجاه خط أكبر ميل ولأسفل

$$\text{ومقدارها} = \text{وجا.} = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ ث. كجم}$$

القوة المعطاة وتعمل فى اتجاه خط أكبر ميل ولأعلى
ومقدارها ٢,٥ ث. كجم

وحيث أن القوة المعطاة < مركبة الوزن

الجسم يميل الى التحرك لأعلى المستوى وبالتالي سوف تعمل قوة الاحتكاك لأسفل

∴ الجسم متزن ∴ معادلنا الإتران هما:

$$ع + \text{وجا.} = ٣,٥ = ١ - ٢,٥ = ع ∴$$

$$ع = \text{وجا.} = ٣,٥ = ١ - ٢,٥ = ع ∴$$

ولعرفة هل الجسم على وشك الحركة أم لا نحسب قيمة قوة الاحتكاك السكونى النهائى (كس ر)

$$∴ كس ر = ١,٧٣ \times ٠,٩ = ١,٥٦ \text{ ث. كجم}$$

$$∴ ع > كس ر ∴ الإحتكاك غير نهائى والجسم ليس على وشك الحركة$$

مثال:

وضع جسم وزنه ٣٠ نيوتن على مستوى مائل خشن لوحظ أن الجسم يكون على وشك الانزلاق إذا كان المستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° فإذا زيد ميل المستوى بحيث أصبحت زاوية ميل المستوى على الأفقى ٦٠° فأوجد مقدار:

(أ) أقل قوة تؤثر على الجسم موازية لخط أكبر ميل للمستوى وتمنعه من الانزلاق

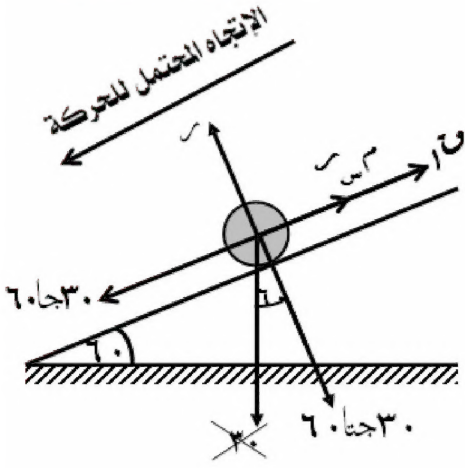
(ب) القوة التى تؤثر فى الجسم موازية لخط أكبر ميل للمستوى وتجعله على وشك الحركة لأعلى المستوى.

الحل:

∴ الجسم يكون على وشك الانزلاق على المستوى المائل تحت تأثير وزنه فقط

عندما تكون زاوية ميل المستوى = ٣٠°

$$∴ م = ظا. ٣٠ = \frac{٣}{٤}$$



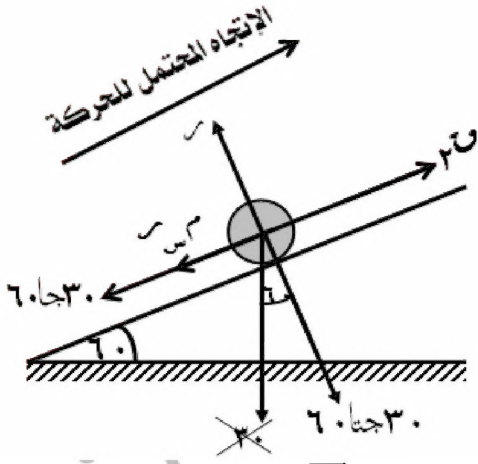
الآن أصبحت زاوية ميل المستوى على الأفقى = 60°
 (٢) أقل قوة تمنع الجسم من الإنزلاق لأسفل
 الاحتكاك السكوني نهائى ويعمل الى أعلى المستوى
 ∴ الجسم متزن ∴ معادلتا الإتزان هما:

$$r = 30 \text{ جتا } 30^\circ = 10 = \frac{1}{2} \times 30$$

$$\therefore r_{\text{كس}} = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3.5$$

$$20 = r_{\text{كس}} + 10 \Rightarrow 30 \text{ جتا } 60^\circ = r_{\text{كس}} + 10$$

$$\therefore 3.5 = 3.5 - 10 = 10 \text{ نيوتن}$$



(ب) القوة التى تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى
 الاحتكاك السكوني نهائى ويعمل الى أسفل المستوى

$$\therefore r = 30 \text{ جتا } 60^\circ = 10 = \frac{1}{2} \times 30$$

$$\therefore r_{\text{كس}} = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3.5$$

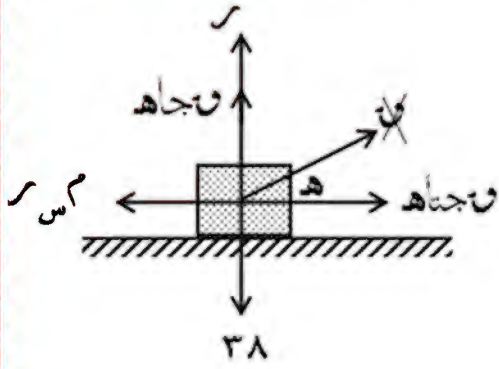
$$20 = r_{\text{كس}} + 30 \text{ جتا } 60^\circ \Rightarrow 3.5 = 3.5 + 10 = 20 \text{ نيوتن}$$

مثال:

جسم مقدار وزنه ٢٨ نيوتن يكون على وش الحركة تحت تأثير وزنه إذا وضع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها $\frac{1}{2}$ فإذا وضع هذا الجسم على مستوى أفقى فى نفس خشونة المستوى المائل وأثرت فيه قوة شد إلى أعلى تصنع مع الأفقى زاوية جيبها $\frac{4}{5}$ فجعلته على وشك الحركة. أوجد مقدار هذه القوة ومقدار رد الفعل العمودى ومقدار رد الفعل المحصل.

الحل:

∴ الجسم على وشك الحركة تحت تأثير وزنه على المستوى المائل
 ∴ زاوية الاحتكاك (ل) = زاوية ميل المستوى



$$\therefore \text{مس} = \text{ظال} \Leftarrow \therefore \text{مس} = \frac{1}{5}$$

∴ الجسم على وشك الحركة على المستوى الأفقى

∴ الاحتكاك السكونى نهائى

وبتحليل القوة المائلة الى مركبتين فى اتجاهى المستوى والعمودى عليه

∴ الجسم متزن ∴ معادلتا الإتزان هما:

$$\text{و جتاه} = \text{مس} \Leftarrow \therefore \frac{3}{5} = \frac{1}{5} \text{ر} \quad (1)$$

$$\text{ر} + \text{و جاه} = \text{و} \Leftarrow \therefore 38 = \frac{4}{5} \text{و} + \text{ر} \quad (2)$$

وبحل المعادلتين (1)، (2) معا نحصل على قيمة قوة الشد (و) وقيمة رد الفعل العمودى (ر)

من المعادلة (1) ∴ ر = ٣ وبالتعويض فى المعادلة (2)

$$\therefore 38 = \frac{4}{5} \text{و} + 3 \Leftarrow \therefore 38 = \frac{19}{5} \text{و} \Leftarrow \therefore 10 = \frac{5}{19} \times 38 = \text{و} \therefore 10 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{ر} = 3 = 10 \times 3 = 30 \text{ نيوتن}$$

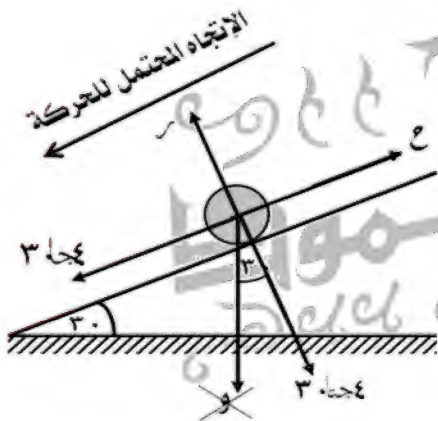
إيجاد قيمة رد الفعل المحصل (ر)

$$\therefore \text{ر} = \sqrt{\text{ر}^2 + \text{مس}^2} \Leftarrow \therefore \text{ر} = \sqrt{30^2 + 10^2} \Leftarrow \therefore \text{ر} = 31.6 \text{ نيوتن}$$

مثال:

وضع جسم وزنه ٤ ث. كجم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ومعامل الاحتكاك بينه وبين المستوى $\frac{3}{4}$ بين ما إذا كان الجسم ينزلق على المستوى أو أن الجسم على وشك الإنزلاق أو أن الاحتكاك غير نهائى ثم أوجد مقدار القوة التى تؤثر على الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل بحيث تجعل الجسم على وشك الحركة إلى أعلى المستوى.

الحل:



∴ الجسم متزن

$$\therefore \text{ر} = \text{مس} = 3 \Leftarrow \therefore \text{ر} = \frac{3}{4} \times 4 = 3$$

$$\therefore \text{مس} = \text{ر} = 3 = 3 \times \frac{3}{4} = 3 \therefore \text{ع} = 3$$

$$\therefore 2 = \frac{1}{4} \times 4 = \text{ع}$$

$$\therefore v = m_s r + 4j_a \cdot 3$$

$$\frac{1}{2} \times 4 + 3 = 5 \therefore \text{ث كجم لأعلى} \therefore 5 = 0$$

جسم مقدار وزنه (9) موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ ، وقياس زاوية الاحتكاك λ . أثرت على الجسم القوة P فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى إلى أعلى وتمنعه من الانزلاق

اثبت أن $\frac{وجا(ه-ل)}{جئال} = ٧$

∴ الإجابة المحتملة للحركة إلى أسفل

∴ الجسم متزن ∴ معادلتا الإتران هما:

$\therefore r = \text{وجهه}$ ، $u + m_s r = \text{وجهه}$

∴ $u + m_s = \text{وجتاه} = \text{وجه}$

$$\therefore \text{وجاہ} - ۲ \text{ وجتہ} = ۲ :: \text{ظال} = \frac{\text{جال}}{\text{جتال}}$$

$$\therefore \text{وَجَاه} - \frac{\text{جَال}}{\text{جِئَال}} \times \text{وَجِئَاه} \text{ بالضرب } \times \text{جِئَال} \therefore \text{وَجِئَال} = \text{وَجِئَاه} - \text{وَجِئَاه} \frac{\text{جَال}}{\text{جِئَال}}$$

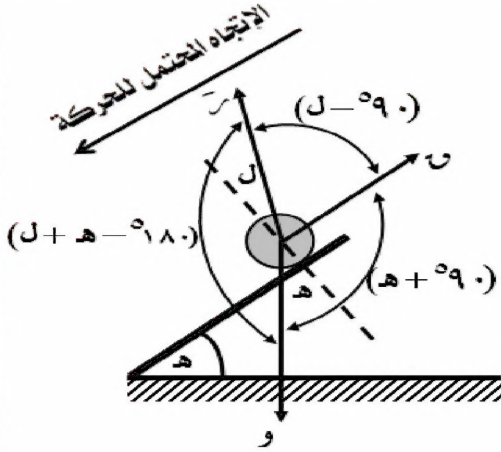
$$\frac{\text{وجا (ھ - ن)}}{\text{جتال}} = \text{و} \therefore$$

∴ ۛجٲال = و(جاهٲال - وجاهٲال) = و(ا - هـ) = ۛ

٥: القوة التي تمنع الجسم من الإنزلاق لأسفل

∴ زاوية ميل المستوى هـ < زاوية الاحتكاك ل ويكون الاتجاه المحتمل للحركة إلى أسفل

الإحتكاك السكوني نهائي ويعمل إلى أعلى المستوى



∴ نضع رد الفعل المحصل (R) بدلا من (r) ، (m س r)

الجسم متزن تحت تأثير ثلاث قوى متلاقية فى نقطة
∴ بتطبيق قاعدة لامي:

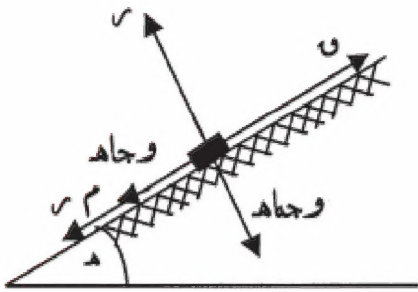
$$\frac{W}{((h + r) - 90^\circ)} = \frac{R}{((h - 90^\circ) \text{ جا } h)} = \frac{f}{((h - 90^\circ) \text{ جتا } h)}$$

$$\frac{W}{\text{جتا } h} = \frac{R}{((h - 90^\circ) \text{ جتا } h)} \Rightarrow \frac{W}{\text{جتا } h} = \frac{R}{((h - 90^\circ) \text{ جتا } h)}$$

مثال:

وضع جسم وزنه (W) على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها (h) فإذا كانت أقل قوة تؤثر على الجسم فى اتجاه خط اكبر ميل للمستوى وتجعله على وشك الحركة لأعلى تساوى 2 وجاه فثبت أن: (٢) قياس زاوية الاحتكاك = h (ب) مقدار رد الفعل المحصل = W

الحل:



∴ الجسم على وشك الحركة لأعلى

∴ الاحتكاك السكونى نهائى ويعمل إلى أسفل المستوى

وبتحليل الوزن إلى مركبتين فى اتجاهى المستوى والعمودى عليه

∴ الجسم متزن ∴ معادلنا الإتزان هما:

$$R = \text{وجاه} \quad (1) \quad , \quad W = \text{وجاه} + f \quad (2)$$

بالتعويض من (١) فى (٢)

$$2 \text{ وجاه} = \text{وجاه} + f \Rightarrow 2 \text{ وجاه} - \text{وجاه} = f \Rightarrow \text{وجاه} = f$$

$$\text{وجاه} = f \Rightarrow \frac{\text{وجاه}}{\text{جتا } h} = \frac{f}{\text{جتا } h} \Rightarrow \text{وجاه} = f$$

$$\text{وجاه} = f \Rightarrow \text{وجاه} = f \Rightarrow \text{وجاه} = f$$

إيجاد قيمة رد الفعل المحصل (R)

$$R = \text{وجاه} + f \Rightarrow R = \text{وجاه} + \text{وجاه} \Rightarrow R = 2 \text{ وجاه}$$

$$R = \text{وجاه} + f \Rightarrow R = \text{وجاه} + \text{وجاه} \Rightarrow R = 2 \text{ وجاه}$$

$$R = \text{وجاه} + f \Rightarrow R = \text{وجاه} + \text{وجاه} \Rightarrow R = 2 \text{ وجاه}$$

تذكر أن:

$$1 + \text{وجاه} = \text{وجاه}$$

$$1 = \text{وجاه} \times \text{وجاه}$$

مثال:

وضع جسم وزنه ١٠ ث. كجم على مستوى مائل خشن وتؤثر عليه قوة U في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى ولأعلى فإذا علم أن الجسم يكون على وشك الحركة إلى أعلى المستوى إذا كانت $U = 6$ ث. كجم ويكون على وشك الحركة إلى أسفل المستوى إذا كانت $U = 4$ ث. كجم أوجد:

(١) قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى (ب) معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى.

الحل:

أولاً: عندما $U = 6$ ث. كجم الجسم يكون على وشك الحركة لأعلى الاحتكاك السكونى نهائى ويعمل إلى أسفل المستوى وبتحليل الوزن إلى مركبتين في اتجاهى المستوى والعمودى عليه

∴ الجسم متزن ∴ معادلتا الإتزان هما:

$$R = 10 \text{ جاه} , \quad 6 = 10 \cos \theta + R \sin \theta$$

بالتعويض عن R ∴ $6 = 10 \cos \theta + 10 \sin \theta$ (١)

ثانياً: عندما $U = 4$ ث. كجم الجسم يكون على وشك الحركة لأسفل الاحتكاك السكونى نهائى ويعمل إلى أعلى المستوى

∴ الجسم متزن ∴ معادلتا الإتزان هما:

$$R = 10 \text{ جاه} , \quad 4 = 10 \cos \theta - R \sin \theta$$

بالتعويض عن R ∴ $4 = 10 \cos \theta - 10 \sin \theta$ (٢)

$$\text{بطرح (١) ، (٢) } \quad 10 \cos \theta - 6 = 10 \cos \theta - 4$$

$$\therefore 10 \cos \theta = 2 \quad \therefore \cos \theta = \frac{1}{5} \quad \therefore \theta = 93.7^\circ$$

بالتعويض فى (١)

$$6 = 10 \cos \theta + 10 \sin \theta \quad \therefore 6 = 10 \times \frac{1}{5} + 10 \sin \theta \quad \therefore 6 = 2 + 10 \sin \theta$$

$$\therefore 10 \sin \theta = 4 \quad \therefore \sin \theta = \frac{2}{5} \quad \therefore \theta = 23.7^\circ$$

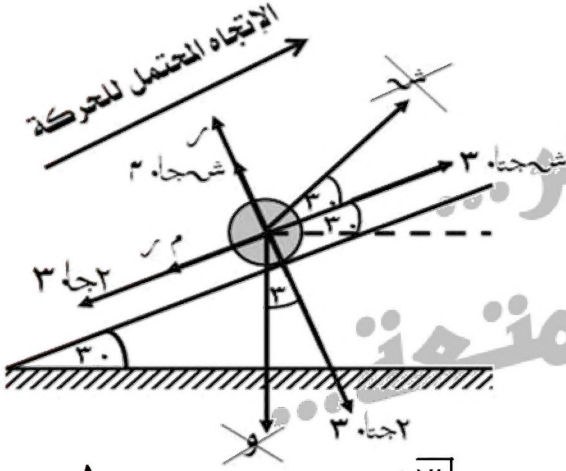
مثال:

وضع جسم مقدار وزنه ٢ ث كجم على مستوى أفقى خشن ثم أميل المستوى بالتدريج فأوشك الجسم على الإنزلاق عندما أصبحت زاوية ميل المستوى على الأفقى 30° برهن على أن معامل الاحتكاك السكونى

يساوى $\frac{\sqrt{3}}{3}$ وإذا ربط الجسم عندئذ في خيط يقع في المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل وشد الخيط في اتجاه يميل على الأفقى بزاوية قياسها 60° حتى أوشك الجسم على الحركة لأعلى المستوى فأوجد مقدار قوة الشد وبرهن على أن مقدار قوة الاحتكاك يساوى $\frac{1}{4}$ ث.كجم

الحل:

∴ الجسم أوشك على الإنزلاق على المستوى المائل تحت تأثير وزنه عندما أصبحت زاوية ميل المستوى $= 30^\circ$
 ∴ زاوية الاحتكاك (ل) = زاوية ميل المستوى $= 30^\circ$



$$\therefore \cos = \cos \quad \therefore \cos = 30^\circ \quad \therefore \cos = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

بعد ربط الجسم بالخيط

∴ الجسم على وشك الحركة لأعلى

∴ الاحتكاك السكونى نهائى ويعمل لأسفل

بتحليل قوة الشد في اتجاهى المستوى والعمودى عليه

∴ الجسم متزن ∴ معادلنا الإتزان هما:

$$\therefore \text{ش.ج.ا.} 30^\circ = \text{ش.ج.ا.} 30^\circ + \text{ش.ج.ا.} 30^\circ \quad \therefore \text{ش.ج.ا.} 30^\circ = \text{ش.ج.ا.} 30^\circ + \text{ش.ج.ا.} 30^\circ$$

$$\therefore \text{ش.ج.ا.} 30^\circ = \text{ش.ج.ا.} 30^\circ + \text{ش.ج.ا.} 30^\circ \quad \therefore \text{ش.ج.ا.} 30^\circ = \text{ش.ج.ا.} 30^\circ + \text{ش.ج.ا.} 30^\circ$$

$$\therefore \text{ش.ج.ا.} 30^\circ = \text{ش.ج.ا.} 30^\circ + \text{ش.ج.ا.} 30^\circ \quad \therefore \text{ش.ج.ا.} 30^\circ = \text{ش.ج.ا.} 30^\circ + \text{ش.ج.ا.} 30^\circ$$

$$\therefore \text{ش.ج.ا.} 30^\circ = \text{ش.ج.ا.} 30^\circ + \text{ش.ج.ا.} 30^\circ \quad \therefore \text{ش.ج.ا.} 30^\circ = \text{ش.ج.ا.} 30^\circ + \text{ش.ج.ا.} 30^\circ$$

$$\therefore \text{قوة الاحتكاك النهائى} = \text{ش.ج.ا.} 30^\circ = \text{ش.ج.ا.} 30^\circ + \text{ش.ج.ا.} 30^\circ$$

مثال:

وضع جسم وزنه ٢٠ نيوتن على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها يساوى $\frac{3}{4}$ فإذا كان $\mu = 0.5$ هو مقدار أقل قوة موازية لخط أكبر ميل للمستوى إلى أعلى وتمنع الجسم من الإنزلاق لأسفل ، $\mu = 0.5$ هو مقدار أقل قوة أفقية تمنعه من الإنزلاق لأسفل وكان $\mu = 0.5$ فأوجد معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى ومقدار أى من القوتين.

الحل:

∴ أقل قوة تمنع الجسم من الانزلاق لأسفل ∴ الاحتكاك نهائى ولأعلى المستوى

∴ الجسم متزن ∴ معادلنا الإتران هما:

$$P = 20 \text{ جناه} \therefore P = \frac{3}{5} \times 20 = 12$$

$$P + P_2 = 20 \text{ جناه}$$

$$\therefore P + 12 = 20 \times \frac{4}{5} \therefore P = 16 - 12 = 4 \quad (1)$$

∴ أقل قوة أفقية تمنع الجسم من الانزلاق لأسفل

∴ الاحتكاك نهائى ولأعلى المستوى وتحليل القوة الأفقية فى إتجاهى المستوى والعمودى عليه

∴ الجسم متزن ∴ معادلنا الإتران هما:

$$P + P_2 = 20 \text{ جناه}$$

$$\therefore P + \frac{4}{5} \times 20 = 12 \therefore P = 12 - \frac{4}{5} \times 20 = 3$$

$$P + P_2 = 20 \text{ جناه}$$

$$\therefore \frac{4}{5} \times 20 = (12 + P \times \frac{4}{5}) \times 2 + P \times \frac{3}{5} \quad \text{بالمضرب } 5$$

$$\therefore 80 = 260 + 2P \times 4 + P \times 3 \quad \text{وبالتعويض من (1) } P = 12$$

$$\therefore 80 = 260 + (12 - 16) \times 4 + (12 - 16) \times 3$$

$$\therefore 0 = 80 - 260 + 2 \times 4 \times 8 - 264 + 236 - 48$$

$$\therefore 0 = 32 - 288 + 2 \times 4 \times 8 - 264 + 236 - 48$$

$$\therefore 0 = 4 + 211 - 266 \therefore 0 = 4 - 23$$

$$\therefore 0 = 4 - 23 \therefore \frac{4}{3} = 2 \therefore \text{هذه القيمة مرفوضة لأنها تساوى ظل زاوية ميل المستوى على الأفقى}$$

وهذا لا يتحقق إلا عندما يكون الجسم على وشك الانزلاق تحت تأثير وزنه فقط

$$\text{أو } 1 - 22 = 0 \therefore \frac{1}{2} = 2 \therefore 0 = 1 - 22$$

$$\text{بالتعويض فى (1) } \therefore \frac{1}{4} \times 12 - 16 = P \therefore P = 10 \text{ نيوتن}$$